

## 簡諧運動

### 目的

利用 Arduino 微控制器及“Lab in Your Pocket”，探討鐘擺的簡諧運動。

### 理論

- 簡諧運動形容具週期性的動作，亦即「振動」。註：簡諧運動已不在香港中學文憑試範圍之內。
- 簡諧運動的形成由一個把物件往平衡點拉回的**復原力**所致，之所以稱為「復原力」，是由於其往往與物件位移朝相反方向的特性，而且其量綱與物件位移成正比，公式如下：

$$F_{net} = -kx$$

$F_{net}$  即復原力、 $k$  是振動的常數、 $x$  代表位移，負號表明復原力的方向與位移相反。

- 解微分方程可得以下結果：

$$\begin{aligned}x(t) &= A \cos(\omega t - \varphi) \\v(t) &= -A\omega \sin(\omega t - \varphi) \\a(t) &= -A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi)\end{aligned}$$

$A$  表示振幅。

- 假設簡諧運動由端點開始則  $t = 0$ ，相差  $\varphi = 0$ ，上述方程表達了簡諧運動的特質：
  - 在端點 ( $x = A$ ) 的一瞬，物件停止運動 ( $v = 0$ ) 而復原力達至最大 ( $a = -A\omega^2$ )；
  - 在平衡點 ( $x = 0$ ) 的一瞬，物件以最高速率移動 ( $v = -A\omega$ ) 而復原力為零 ( $a = 0$ )。
- 本實驗的鐘擺振動幅度極小，從而減低擺動時的垂直向量，以模擬簡諧運動。
- 本實驗將驗證以下公式所指出的簡諧運動週期與繩子長度的關係：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

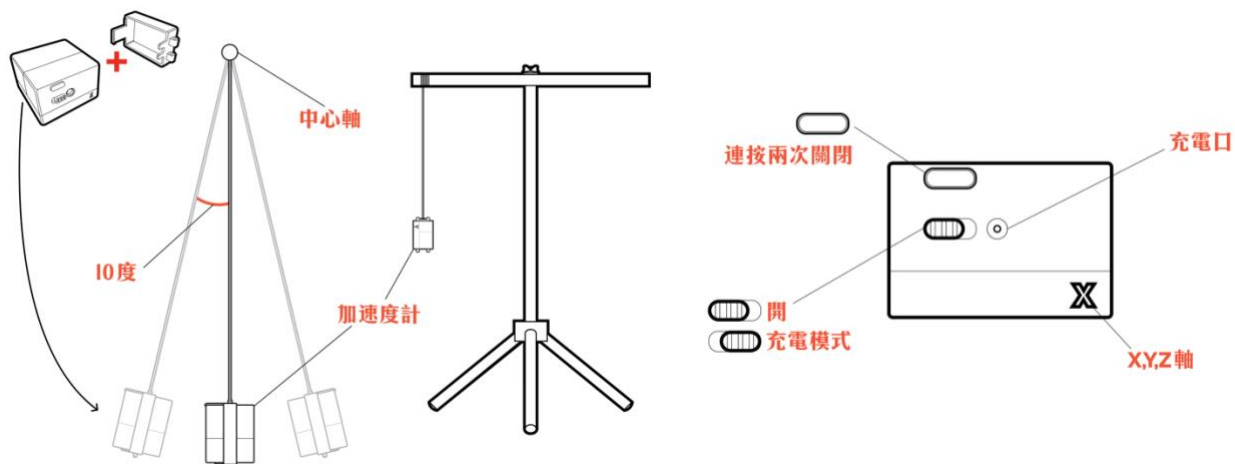
$T$  代表簡諧運動週期、 $l$  則是繩子長度、 $g$  是重力加速度  $9.81\text{ms}^{-2}$ 。

- 這套 Arduino 加速度計和 Lab in Your Pocket 應用程式能以 20Hz 的頻率呈現三個軸的加速度，與其量綱。

### 實驗儀器

- 一部裝有“Lab in Your Pocket”應用程式的流動裝置
- 一個加速度計(由理工大學提供)
- 一條繩子

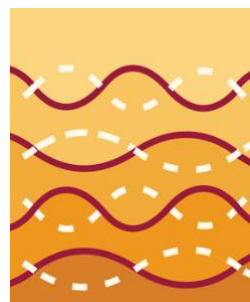
## 實驗設置



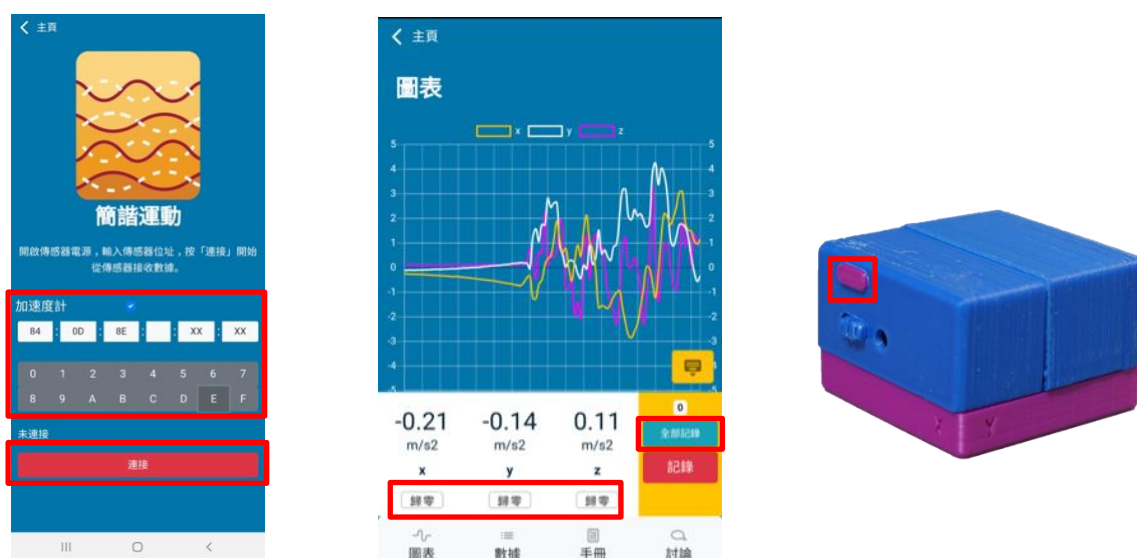
## 實驗步驟

### 設置實驗

1. 將加速度計置於平面。
2. 按開關掣一次啟動加速度計。
3. 在流動裝置啟動 Lab in Your Pocket 應用程式並選取「圓周運動」。



- 輸入印於加速度計上的藍芽位址，按「連接」鍵將傳感器連結到裝置。當連接成功時，應用程式介面會自動跳到各軸加速度的圖表頁面。



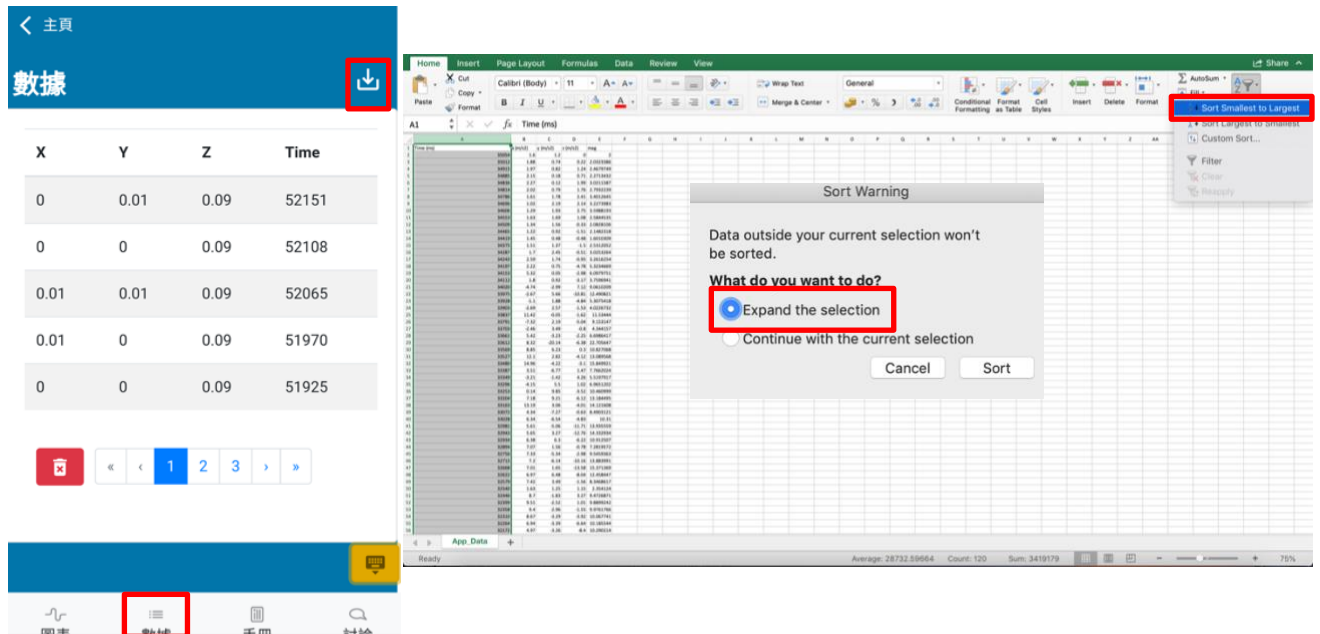
- 如有需要，按「歸零」鍵將數據誤差移除。
- 把傳感器向不同軸和方向移動，觀察數據變化，辨認各個軸及正負值所代表的方向。
- 用繩子將加速度計從固定點懸垂，量度固定點至加速度計的距離  $l$ 。

### 簡諧運動測試

- 在應用程式按「全部記錄」開始記錄數據，按鈕上方的數字顯示已收集的數據量。
- 輕輕把加速度計拉向一旁，從中軸起不多於  $10^\circ$ ，鬆手放開加速度計任其擺動十次，然後停止記錄數據，將數據輸出成.csv 檔案，此檔案類型可用於試算表程式加以分析數據。
- 以不同的繩子長度重複步驟 8 至 9。
- 非必須：加重繩子負載的質量並重複實驗。
- 按開關掣兩次關閉加速度計。

數據分析

13. 傳送.csv 檔案到電腦。用 Excel 打開.csv 檔(如有需要, 請把檔案格式手動改

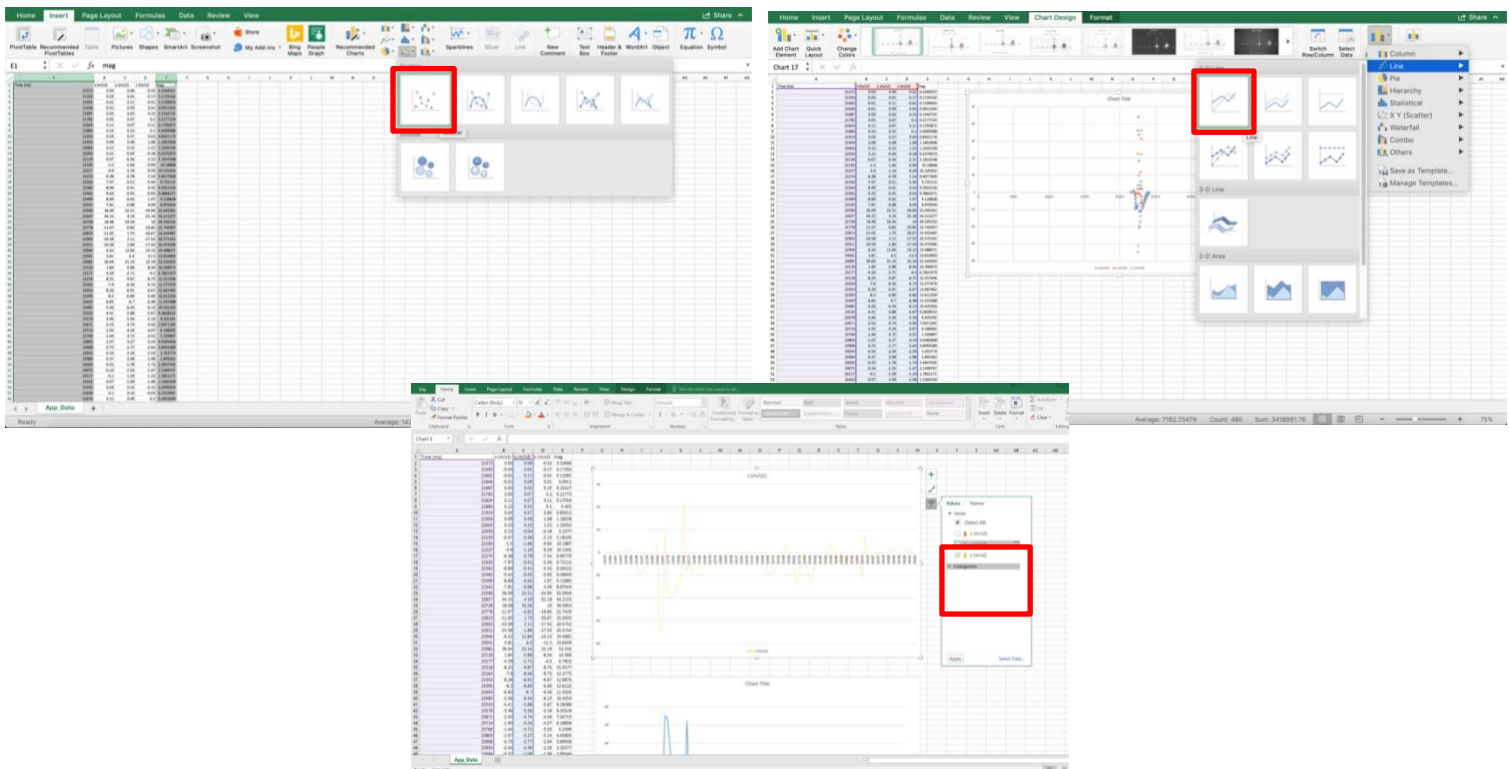


為.csv), 把數據的時序倒轉。

14. 摘取數據行, 用 Excel 將其畫成散佈圖, 然後把數據點連成線。

15. 從圖表中, 分析週期運動, 尋找週期 T。

16. 畫一幅繩長平方根 $\sqrt{l}$ 與週期 T 的關係圖, 從而分析它們之間的關係。



**數據**不同繩長平方根 $\sqrt{l}$ 的週期 T

繩長 $l$ (米)	繩長平方根 $\sqrt{l}$ (米 <sup>0.5</sup> )	週期 T(秒)

$$\frac{2\pi}{\sqrt{g}} = \underline{\hspace{10cm}}$$

圖表斜率 =  $\underline{\hspace{10cm}}$

**討論**

1. 週期與平方角速率的關係為何？
2. 此線性比率是否符合 $\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$ 的預期值？
3. 如果鐘擺加了額外的質量，會發生何事？
4. 如果在火星（重力加速度只有 3.72 米每平方秒）重複一樣的實驗，會發生何事？
5. 從簡諧運動圖所見，振幅是如何隨著時間變化？
6. 實驗包括了甚麼可能的誤差？可以如何改善實驗降低誤差？